

РАЗДЕЛ IV ОБОРУДОВАНИЕ И ОСНАСТКА ОБРАБОТКИ ДАВЛЕНИЕМ

УДК 621.774.35 (078.5)

Рахманов С. Р.

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ ИГЛЫ ПРИ ПРЕССОВАНИИ ТРУБ⁵

Широкое использование процессов прессования при различных технологических схемах производства труб, наряду с положительными аспектами, имеют некоторые характерные недостатки, которые ограничивают область их применения. Среди них, преимущественно, выделяется высокая разностенность получаемых гильз, вызванная колебаниями иглы (оправки) в очаге деформации и за ее пределами, обусловленная характерными динамическими условиями обтекания металлом. Формирование нестабильного очага деформации, при этом, в основном, вызвано несовершенством режимов прессования и определяющими параметрами очага деформации. Устранение указанных недостатков возможно путем выбора оптимальных параметров очага деформации и обеспечением рациональных режимов технологического процесса прессования труб [1, 2].

Возможности выработки обобщающих рекомендаций по выбору оптимальных параметров процесса прессования труб, обусловленных технологическими режимами, в условиях функционирования очага деформации, в несколько нетрадиционной постановке, во многом, связаны с формированием требуемой динамической модели данной задачи.

Целью работы является решение задачи о нелинейных колебаниях иглы в процессе прессования труб, установить динамические перемещения различных точек иглы в условиях непрерывного обтекания потоком металла для выбранного спектра параметров процесса прессования.

Остановимся на некоторых наиболее характерных моментах технологического процесса прессования труб. Процесс прессования труб на большинстве горизонтальных прессов производится следующим образом: предварительно нагретая трубная заготовка (гильза) поступает в контейнер, имеющий температуру 380–420 °С, игла (оправка) принудительно внедряется в трубную заготовку или экспандер, в предварительно просверленную гильзу. Далее пресс-штемпель с пресс-шайбой плотно запрессовывают гильзу в контейнер. После прошивки или экспандирования игла одновременно устанавливается в кольцевой зазор матрицы, с некоторым вылетом вдоль оси прошивки. Следовательно, при дальнейшем движении пресс-штемделя, в ограниченном объеме контейнера, металл выдавливается в зазор между иглой и матрицей, формируется в трубу [3–5]. Следует принимать во внимание то, что при некоторых режимах прессования процесс сопровождается большими динамическими нагрузками на технологические инструменты, что обуславливает значительные колебания иглы и высокую разностенность труб (рис. 1 и 2)

Поэтому для установления действительных причин возникновения колебательных процессов иглы в очаге деформации и за ее пределами воспользуемся динамической моделью процесса прессования труб.

Для моделирования динамических явлений в процессе прессования труб и учета реальных граничных и физических условий воспользуемся основами динамики сплошной среды в интерпретации классических задач механики.

⁵ Работа выполнена при участии д-ра физ.-мат. наук Салтанова Н. В.

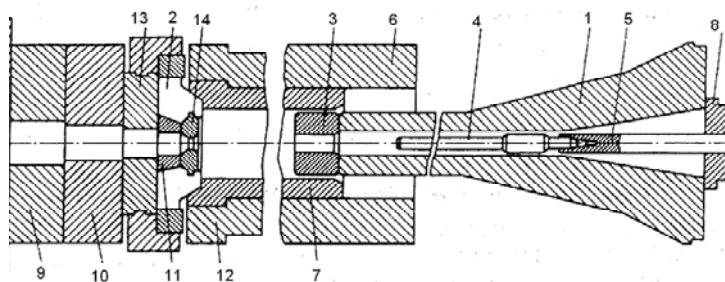


Рис. 1. Схема расположения базового технологического инструмента на двухпозиционном прошивно-профильном прессе:

1 – пресс-штемпель; 2 – матрицедержатель; 3 – пресс-шайба; 4 – игла (оправка); 5 – иглодержатель; 6 – контейнер; 7 – внутренняя втулка; 8 – центрирующая втулка иглодержателя; 9, 10 – опорные кольца прессы; 11 – опорное кольцо матрицы; 12 – промежуточная втулка; 13 – опорное кольцо матрицедержателя; 14 – матрица

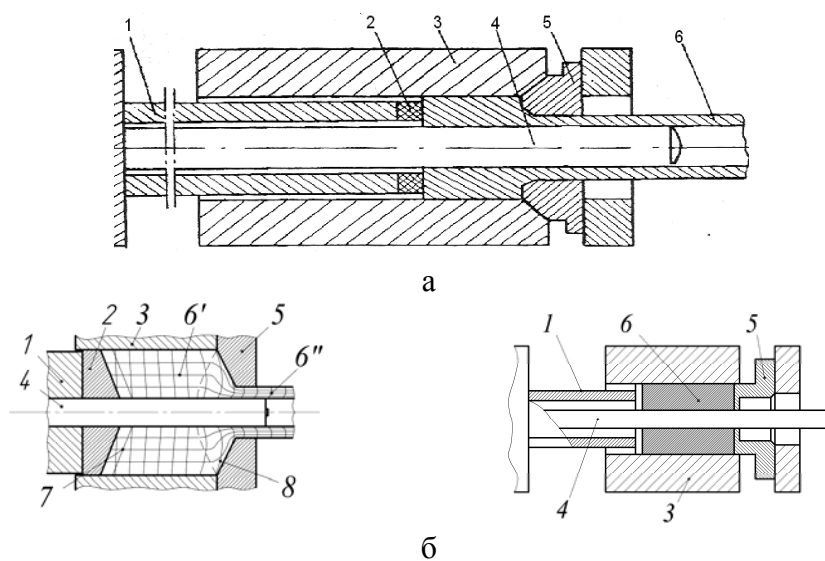


Рис. 2. Характерная схема прессования труб:

1 – пресс-штемпель; 2 – пресс-шайба; 3 – контейнер; 4 – игла; 5 – матрица; 6 – труба; 7 – пресс-шайба

В рамках принятой модели динамических процессов прессования труб, предварительно нагретый металл (сплошная среда), преимущественно, рассматривается как линейно-вязкопластическая среда.

Динамические процессы обтекания иглы (оправки) потоком горячего металла и обусловленные при этом нелинейные ее колебания рассматриваем на базе предложенной расчетной схемы, приведенной на рис. 3.

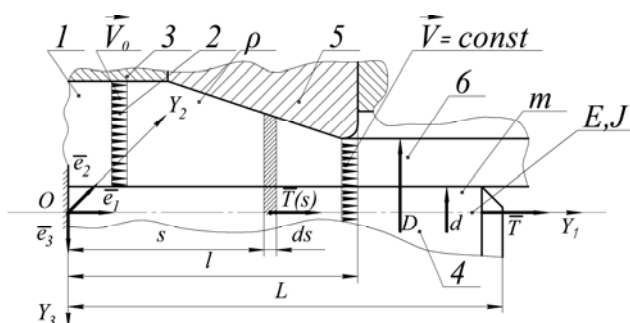


Рис. 3. Расчетная схема к нелинейным колебаниям иглы (оправки) при прессовании труб:

1 – пресс-штемпель; 2 – биметаллический слой; 3 – металлический слой; 4 – контейнер; 5 – матрица; 6 – игла (оправка); 7 – матрицедержатель

Для исследования колебательных процессов в очаге деформации и динамики консолю (жестко) закрепленной иглы (оправки) в нелинейной постановке рассматриваем ее движения в однородном обтекающем потоке прессуемого металла.

Необходимо отметить, что для принятого квазистационарного процесса прессования труб ($\dot{V} = \text{const}$) и расчетной схемы нелинейной динамической модели, согласно [6, 7], дифференциальное уравнение движения иглы в векторной форме имеет вид:

$$\begin{aligned} m \frac{\partial^2 \mathbf{R}}{\partial t^2} + M \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial s} \times \left\{ \left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + V_t \frac{\partial}{\partial s} \right)^2 \mathbf{R} \right] \times \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial s} \right\} = \\ = W \mathbf{e}_3 + \frac{\partial}{\partial s} \left(T \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial s} \right) + EI \frac{\partial}{\partial s} \left\{ \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial s} \times \left[\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial s} \times \frac{\partial^3 \mathbf{R}}{\partial s^3} \right] \right\} + \mathbf{f}_u + \\ + \frac{K_n r d}{2} \left| \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial s} \times \left[\left(\frac{\mathbf{r}}{V} - \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial t} \right) \times \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial s} \right] \right| \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial s} \times \left[\left(\frac{\mathbf{r}}{V} - \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial t} \right) \times \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial s} \right] + \\ + \frac{p K_f r d}{2} \left| V - \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial t} \right| \left(\frac{\mathbf{r}}{V} - \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial t} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

$$V_t = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial s} \left(\frac{\mathbf{r}}{V} - \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial t} \right); \quad \left(\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial s} \right)^2 \approx 1. \quad (2)$$

где t – время; s – текущая координата иглы; $\mathbf{R} \equiv (Y_1; Y_2; Y_3)$ – радиус-вектор выбранных координат системы; T – натяжение иглы по оси Y_1 ; r – плотность прессуемого металла; m – асса иглы; M – присоединенная масса потока металла; W – подъемная сила, действующая на единицу длины иглы; d – диаметр иглы; K_n – эффективный коэффициент сопротивления (формы) иглы; K_f – коэффициент трения скольжения потока металла по игле; E – модуль упругости материала иглы; I – момент инерции иглы; \mathbf{e}_3 – единичный вектор вдоль направления силы тяжести; \mathbf{f}_n – распределенная сила, обусловленная срывом потока металла с поверхности иглы в процессе прессования труб.

Силы инерции присоединенной массы прессуемого металла представляют собой определенное обобщение аналитических выражений, приведенных в [6–8]. Выражение для сил упругости получено с учетом геометрической нелинейности деформации стержня иглы. При этом инерционными слагаемыми в уравнении пренебрегли согласно условиям, приведенным в работе [6]. В данной постановке динамической модели задачи принято во внимание то, что момент сил упругости иглы пропорционален его кривизне и направлен по бинормали к ее упругой линии. Необходимо отметить, что конкретизацию выражения для силы \mathbf{f}_n в каждом отдельно взятом случае проведем согласно [7].

Пусть подъемная сила, действующая на иглу, сравнительно мала и поток металла, в силу требований технологического процесса, направлен строго вдоль оси прессования Y_1 :

$$\dot{V} = V_0 \mathbf{e}_1, \quad (3)$$

где \mathbf{e}_1 – единичный вектор вдоль оси Y_1 .

Очевидно, что игла в положении равновесия расположена вдоль оси прессования Y_1 . Учтем, что в силу ограниченных деформаций иглы при выходе из равновесия углы наклона ее оси к оси Y_1 остаются малыми:

$$\mathbf{R} \cong s \mathbf{e}_1 + y \mathbf{e}_3; \quad \left(\frac{\partial y}{\partial s} \right)^2 \ll 1. \quad (4)$$

Учитывая соотношения (3) и (4), в дальнейшем будем предполагать, что силой, обусловившей отрыв потока металла от поверхности иглы, в данной постановке задачи, можно пренебречь. Следовательно, подставляя выражение (4) для \vec{R} в уравнение (2), можно убедиться в том, что при пренебрежении величинами, квадратичными по углу между осью иглы и осью прессования Y_1 , оно удовлетворяет этому уравнению. Подставим выражение (3) и (4) в первую компоненту уравнения (1). Пренебрегая величинами, квадратичными смещению стержня иглы вдоль оси Y_1 , после выполнения соответствующей операции интегрирования, находим:

$$T = T_* - q_f(L-s); \quad q_f = \frac{\pi K_f \rho d V_0^2}{2}, \quad (5)$$

где T_* – натяжение на конце технологического инструмента (при $L = s$).

Подставим соотношение (3), (4) и (5) в уравнение (1). Следовательно, пренебрегаем в получившемся выражении слагаемыми, квадратичными смещению иглы по оси Y_1 , кроме слагаемого, пропорционального коэффициенту формы иглы K_n , учитывая, что последний велик по сравнению с коэффициентом трения металла об иглу. В результате необходимых подстановок и ряда преобразований для y получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\begin{aligned} m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + M \left(\frac{\partial}{\partial t} + V_0 \frac{\partial}{\partial s} \right)^2 y + q_f \frac{1}{V_0} \frac{\partial y}{\partial t} - \\ - \frac{\partial}{\partial s} \left\{ [T_* - q_f(L-s)] \frac{\partial y}{\partial s} \right\} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial s^2} + \\ + q_n \frac{1}{V_0^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + V_0 \frac{\partial}{\partial s} \right) y \left(\frac{\partial}{\partial t} + V_0 \frac{\partial}{\partial s} \right) y = 0, \\ q_n \equiv \frac{K_n d \rho V_0^2}{2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Сравним дифференциальное уравнение (6) с уравнением (5) работы [8] для случая достаточно малых амплитуд колебаний иглы, когда определенными нелинейными слагаемыми в уравнении (6) можно пренебречь ($q_n = 0$). Если предположим, что $C_n = C_T$ в уравнении (5) работы [8], и произведя затем следующую замену:

$$x \rightarrow s; u \rightarrow V_0; \frac{C_T M}{2D} \rightarrow q_f; \frac{C_n M u^2}{2} \rightarrow T_*. \quad (7)$$

В результате чего получим дифференциальное уравнение:

$$\begin{aligned} m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + M \left(\frac{\partial}{\partial t} + V_0 \frac{\partial}{\partial s} \right)^2 y + q_f \frac{1}{V_0} \frac{\partial y}{\partial t} \left(\frac{\partial}{\partial t} + V_0 \frac{\partial}{\partial s} \right) y - \\ - \frac{\partial}{\partial s} \left\{ [T_* - q_f(L-s)] \frac{\partial y}{\partial s} \right\} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial s^2} = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Сравнивая выражения (8) и (6) при $q_n = 0$ увидим, что они не совпадают. Это объясняется тем, что уравнения равновесия обтекаемого тела (стержня) в поперечном направлении составлены не корректно. Отметим, что в уравнении (1) работы [8] величина F_n есть проекция распределенной силы сопротивления обтекающему потоку на нормаль к оси стержня, в то время, когда остальные слагаемые уравнения равновесия представляют собой проекции соответствующих сил на ось Y_1 .

Некорректность близкого происхождения содержится в математической модели (уравнении динамического равновесия) колебаний стержня в обтекающем потоке рабочей среды [6].

Она связана с тем обстоятельством, что сопротивление трению в обтекающем потоке металла учтено в силе демпфирования упругой оси стержня и не учтено в силе натяжения (сила натяжения стержня принята постоянной).

Для принятой динамической модели процесса прессования рассмотрим некоторые характерные граничные условия рассматриваемой задачи нелинейных колебаний иглы. Исходя из условий реализации стабильного технологического процесса прессования, в задаче должны быть заданы смещение и ориентация иглы в точке крепления к корпусу пресса согласно [2, 5] в виде:

$$y|_{s=0} = f(t); \quad \frac{\partial y}{\partial s}|_{s=0} = \alpha(t). \quad (9)$$

где $f(t)$ и $\alpha(t)$ – соответствующие функции времени (заданы из условий прессования труб).

Пусть место крепления иглы к корпусу иглодержателя пресса остается перпендикулярным оси Y_1 . Следовательно, исходя из условия равновесия сил приложенных к игле, проведем в уравнении разложение по перемещению соответствующих ее сечений вдоль оси Y_1 . В результате этого в нулевом и первом приближениях для смещения иглы, соответственно получим :

$$T_* = \frac{K_* S_* \rho V_0^2}{2}; \quad (10)$$

$$\left[M_* \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{T_*}{V_0} \left(\frac{\partial y}{\partial t} + V_0 \frac{\partial y}{\partial s} \right) - EI \frac{\partial^3 y}{\partial s^3} - Q_* \right] \Big|_{s=L} = 0, \quad (11)$$

где M_* – масса иглы; K_* – эффективный коэффициент сопротивления иглы; S_* – площадь лобовой части иглы; Q_* – сила, приложенная к игле со стороны прессуемой трубы.

Сила Q_* может быть обусловлена, например, движением металла по поверхности иглы. Если конец иглы в процессе прессования свободен, то имеет место согласно [6, 8] необходимое и достаточное условие:

$$\left[EI \frac{\partial^3 y}{\partial s^3} + f_2 M V_0 \left(\frac{\partial}{\partial t} + V_0 \frac{\partial}{\partial s} \right) y - (m + f_2 M) \Delta L \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right] \Big|_{s=L} = 0, \quad (12)$$

$$\Delta L = \int_{L-\ell}^L S(s) ds, \quad \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} \Big|_{s=L} = 0, \quad EI \rightarrow 0.$$

где ℓ – длина иглы на участке между матрицей и креплением к корпусу иглодержателя; S – площадь поперечного сечения коренной части иглы; $S(s)$ – текущая площадь поперечного сечения иглы; f_2 – безразмерный параметр задачи, $f_2 \leq 1$.

Полагая, что изгибающий момент на конце иглы равен нулю, запишем условие $\left. \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} \right|_{s=L} = 0$. Очевидно, что данным условием и условием (9) можно пренебречь, если

предположить, что игла в обтекающем потоке металла является достаточно гибкой.

В качестве краевых условий задачи примем требуемое первое из условий (9) и необходимое и достаточное условие (12), положив:

$$f(t) \equiv y_0 \cos(\Omega_0 t), \quad Q_* = G_* \sin(\Omega_* t). \quad (13)$$

В качестве начальных условий задачи принимаем:

$$y \Big|_{t=0} = y_0 \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right), \quad \frac{\partial y}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0. \quad (14)$$

В соотношениях (13) и (14) величины $y_0, \Omega_0, G_*, \Omega_*$ – определенные постоянные, физический смысл которых очевиден из базовых условий реализации процесса прессования.

Для удобства представления и анализа задачи введем некоторые важные безразмерные величины:

$$\begin{aligned} \eta &\equiv \frac{y}{d}; \sigma \equiv \frac{s}{L}; \tau \equiv \frac{V_0 t}{L}; \gamma_* \equiv \frac{2K_* S_*}{\pi d^2}; \\ \gamma_f &\equiv \frac{2K_f L}{d}; \gamma_n \equiv \frac{2K_n}{\pi}; \eta_0 \equiv \frac{y_0}{d}; \nu_* \equiv \frac{\Omega_* L}{V_0}, \\ \mu_* &\equiv \frac{M_*}{ML}; \chi_* \equiv \frac{G_* L}{dMV_0^2}; \nu_* \equiv \frac{\Omega_* L}{V_0}. \end{aligned} \quad (15)$$

В результате этого, дифференциальное уравнение (6), а также принятые начальные и граничные условия задачи запишем в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} + \left(\frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \sigma} \right)^2 \eta + \gamma_f \frac{\partial \eta}{\partial \tau} - \frac{\partial}{\partial \sigma} \left\{ (\gamma_* + \gamma_f (1 - \sigma)) \frac{\partial \eta}{\partial \sigma} \right\} + \gamma_n \left(\frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \sigma} \right) \eta \left(\frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \sigma} \right) \eta = 0; \quad (16)$$

$$\eta \Big|_{\sigma=0} = \eta_0 \cos(\nu_* \tau); \left[\mu_* \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} + \gamma_* \left(\frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \sigma} \right) \eta \right] \Big|_{\sigma=1} = \chi_* \sin(\nu_* \tau), \quad (17)$$

$$\eta \Big|_{\tau=0} = \eta_0 \cos\left(\frac{\pi \sigma}{2}\right); \quad \frac{\partial \eta}{\partial \tau} \Big|_{\tau=0} = 0. \quad (18)$$

Для решения дифференциального уравнения (16) с выбранными граничными и начальными условиями (17) и (18) воспользуемся методом конечных разностей согласно [8] с последующим применением современных компьютерных технологий. Следовательно, для получения достоверной картины динамических процессов и спектра нелинейных колебаний иглы (оправки) варьируем безразмерные параметры в пределах режимов установленных технологическим процессом прессования труб.

Поведение математической модели нелинейных колебаний иглы в обтекающем потоке металла в процессе прессования проверялось путем дробления разностной сетки при последующих итерациях для выбранного метода конечных разностей. Численное решение задачи позволяет определить мгновенные конфигурации линии оси иглы, а также временные зависимости (динамические прогнозы) различных ее сечений. Анализ зависимостей динамических смещений различных изображающих точек иглы во времени отчетливо показывает взаимодействие возмущений, приложенных к оправке по ходу прессования труб. Внешние возмущения иглы вызваны заданным периодическим смещением коренной точки иглы и приложенной к концу крепления иглы периодической силой. Это взаимодействие проявляется в виде взаимного модулирования амплитуд колебаний динамической модели рассматриваемой механической системы

Характер динамического состояния иглы, в установившемся режиме колебаний системы, определяется изменением по ее рабочей длине амплитуд возмущений y_0 и частоты, соответствующие смещениям коренной и концевой точек технологического инструмента в условиях обтекания потоком металла в процессе прессования. Затухание возмущений, вызванных периодическими смещениями коренной точки иглы и точки крепления иглы в направлении потока металла, слабее по сравнению со значениями возмущений, вызванных приложенной к концу технологического инструмента периодической силой в противоположном направлении. Увеличение отношения (V_0/L) приводит к уменьшению затухания

возмущений технологического инструмента, вызванных периодическими возмущениями (смещениями) коренной точки иглы в направлении движения потока металла. При этом, более сильному подавлению возмущений системы способствуют условия в противоположном направлении, вызванные приложенной к концевому участку крепления иглы к корпусу держателя периодической силой.

Зависимости динамических смещений различных точек во времени, в режиме установившихся колебаний иглы для выбранного спектра безразмерных параметров, с учетом наиболее характерных режимов прессования труб, приведены на рис. 4 и 5.

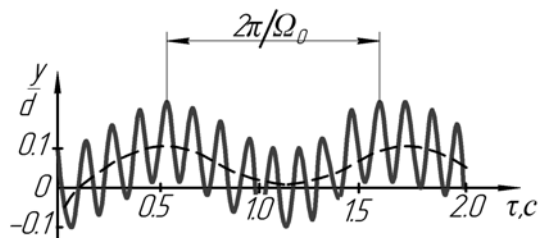


Рис. 4. Динамика иглы горизонтального гидравлического профильного преса 31,5 МН при прессовании труб из нержавеющей стали 12Х18Н10Т диаметром 168×14 (скорость прессования $V_0 = 0,2$ м/с)

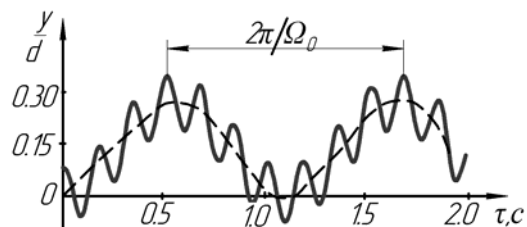


Рис. 5. Динамика иглы горизонтального гидравлического профильного преса 31,5 МН при прессовании труб из нержавеющей стали 12Х18Н10Т диаметром 168×14 (скорость прессования $V_0 = 0,35$ м/с)

Переходные процессы формирования нелинейных колебаний иглы на рис. 4 и 5 не показаны. Пунктиром показаны средние по периоду значения амплитуд нелинейных колебаний иглы ($2\pi/\Omega_0$) в процессе прессования труб. Заметим, что для кривой (рис. 5) отношение y_0/d в два раза больше, чем для кривой (рис. 4).

Некоторые особенности затухания колебаний иглы в процессе прессования трубы и изменения по длине иглы амплитуд возмущений y_0 приведены на рис. 6.

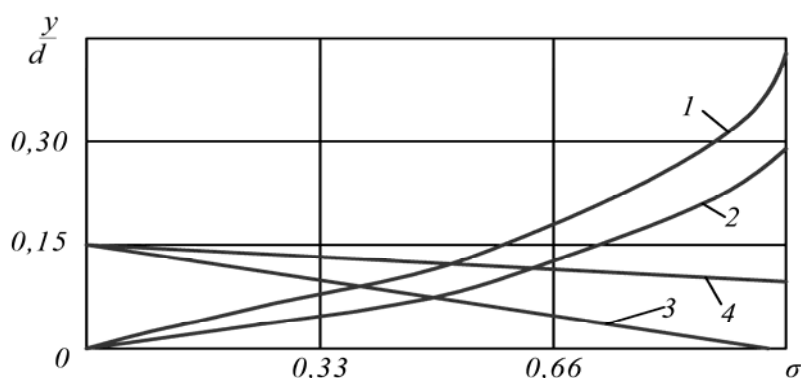


Рис. 6. Затухание возмущений по длине иглы в процессе прессования трубы:

1, 2 – вызванных колебаниями конца иглы; 3, 4 – вызванных колебаниями коренной точки иглы

Отметим, что нестабильные динамические процессы вызваны периодическими смещениями коренной точки и приложенной к игле периодической силой. Это характерно, исключительно, для определенных параметров системы и наиболее распространенных режимов прессования труб

Результаты промышленного испытания горизонтального гидравлического преса трубопрессовой установки 31,5 МН в условиях реализации рационального технологического

процесса, например, при прессовании бесшовных труб диаметром 168×14 из нержавеющей стали 12X18H10T, подтверждают правомерность теоретических предположений и адекватность выбранной математической модели.

При этом, путем подбора рациональных режимов прессования труб, и выбора динамических характеристик системы, достигнуто существенное увеличение качества производимых бесшовных труб (снижения продольной и поперечной разностенности гильз). Достоверность полученных результатов и правильность функционирования системы, при нелинейных колебаниях иглы, проверялась с помощью тестовых расчетов для случаев, когда решение задачи в аналитическом виде, для простейшей модели механической системы, известно [9].

ВЫВОДЫ

1. Получено дифференциальное уравнение колебаний иглы в однородном обтекающем потоке металла для принятой расчетной схеме и нелинейной динамической модели квазистационарного процесса прессования труб.

2. Предложено решение дифференциального уравнения нелинейных колебаний иглы, с выбранными краевыми и начальными условиями, методом конечных разностей с использованием современных компьютерных технологий.

3. Численным анализом математической модели иглы в процессе прессования трубы определены мгновенные конфигурации ее упругой оси, а также временные зависимости (динамические прогнозы) различных ее сечений.

4. Установлены изменения амплитуд возмущений по длине иглы, вызванные периодическими смещениями коренной точки, и приложенных к игле сил, с учетом определенных параметров динамической системы и режимов прессования труб.

5. Выявлено, что увеличение отношения скорости прессования к длине оправки приводит к уменьшению затухания возмущений иглы, вызванных периодическими возмущениями (смещениями) коренной точки в направлении движения потока металла и более сильному подавлению возмущений, вызванных приложенной к концевому участку крепления иглы периодической силой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Данилов Ф. А. Горячая прокатка и прессование труб / Ф. А. Данилов, А. З. Глейберг, В. Г. Балакин. – М. : Металлургия, 1972. – 576 с.
2. Медведев М. И. Совершенствование процесса прессования труб / М. И. Медведев, Ю. Г. Гуляев, С. А. Чукмасов. – М. : Металлургия, 1986. – 151 с.
3. Перлин И. Л. Теория прессования металлов / И. Л. Перлин. – М. : Металлургия, 1964. – 344 с.
4. Прессование стальных труб и профилей / Г. И. Гуляев, А.Е. Притоманов, О. П. Дробич [и др.]. – М. : Металлургия, 1973. – 192 с.
5. Технология трубного производства : учебник для вузов. / В. Н. Данченко, А. П. Коликов, Б. А. Романцев, С. В. Самусев. – М. : Интермет-Инжиниринг, 2002. – 640 с.
6. Логвинович Г. В. Гидродинамика течений со свободными границами / Г. В. Логвинович – К. : Наукова думка, 1969. – 370 с.
7. Гурвич А. А. Нелинейные колебания нити в соосном потоке жидкости / А. А. Гурвич, Н. С. Ефремова, Н. В. Салтанов // ПММ. – 1975. – № 3. – С. 29–33.
8. Valdennis M. P. *J. Fi. Mech.* – 1968. – № 34, 2. – С.14–18.
9. Рейхтмайер Р. Разностные методы решения краевых задач / Р. Рейхтмайер, К. Мортон. – М. : Мир, 1972. – 540 с.
10. Новые процессы деформации металлов и сплавов / А. П. Коликов, П. И. Полухин, А. В. Крутин [и др.]. – М. : Высшая школа, 1986. – 351 с.

Рахманов С. Р. – канд. техн. наук, доц. НМетАУ.

НМетАУ – Национальная металлургическая академия Украины, г. Днепропетровск.

E-mail: vostok@dnipro.ru